Univerza *v Ljubljani*
Fakulteta za *matematiko in fiziko*

Oddelek za fiziko

Seminar pri predmetu Meteorološki seminar

Analiza variabilnosti Kelvinovih valov z MODES

Avtorica: Zala Žnidaršič
Mentor: Žiga Zaplotnik

23.4.2019

Povzetek

V seminarju obravnavamo variabilnost Kelvinovega vala s pomočjo razcepa globalne cirkulacije ozračja na njene lastne (normalne) načine (NMF). Kelvinov val je najpočasnejša lastna rešitev lineariziranih enačb plitve vode s smerjo fazne hitrosti proti vzhodu, razvoj na normalne načine pa temelji na predpostavki, da je globalno stanje atmosfere v poljubnem času možno opisati kot superpozicijo linearnih valovnih rešitev na preddefiniranem ozadju. Evolucija tridimenzionalnih valovnih rešitev lineariziranih osnovnih enačb je na ta način predstavljena kot časovna vrsta Houghovih harmoničnih oscilacij in funkcij vertikalne strukture.

Kelvin wave variability diagnostics using MODES

In this seminar, Kelvin wave and its variability are diagnosed, specifically by analysing properties of balanced and inertio-gravity (IG) circulations across many scales by expansion on normal-mode functions (NMF). NMF expansion is based on the assumption that the global state of the atmosphere which is described by its mass and wind variables, can be considered as a superposition of the linear wave solutions upon a predefined background state. The evolution of the 3D wave solutions of the linearized primitive equations is represented as a time series of Hough harmonic oscillations and the vertical structure functions. On a spherical Earth, Kelvin wave is the slowest eastward-propagating eigensolution of the linearized shallow water equations.

1 Uvod

Razvoj na funkcije normalnih načinov (*normal-mode functions* oz. NMF) temelji na predpostavki, da je globalno stanje atmosfere v poljubnem času možno opisati kot superpozicijo linearnih valovnih rešitev na preddefiniranem ozadju. Evolucija tridimenzionalnih valovnih rešitev lineariziranih osnovnih enačb je na ta način predstavljena kot časovna vrsta Houghovih harmoničnih oscilacij in funkcij vertikalne strukture. S pomočjo predpostavke o separaciji lahko tako izpeljemo ločene enačbe za vertikalno strukturo in horizontalne oscilacije. Oba sistema sta med seboj zvezana preko parametra D, ki ga imenujemo ekvivalentna višina. Lastne načine enačb plitve vode imenujemo Houghovi harmoniki in opisujejo dve vrsti valovnih gibanj - Rossbyjeve valove in inercijsko-težnostne valove (IG), ki se obnašajo v skladu s svojimi disprezijskimi relacijami na sferični Zemlji. V tem seminarju bomo s pomočjo NMF obravnavali Kelvinov val, ki je najpočasnejša lastna rešitev lineariziranih enačb plitve vode s smerjo fazne hitrosti proti vzhodu. Največji delež energije Kelvinovega vala vsebuje zonalno valovno število $k = 1$, njegovo variabilnost pa bomo preučevali na polletni in sezonski skali. V poglavju 2 predstavimo idejo o dekompoziciji globalne cirkulacije na normalne načine, v poglavju 3 pa se osredotočimo na analizo Kelvinovega vala, in sicer obravnavamo nizkofrekvenčno in sezonsko variabilnost.

2 Normalni načini cirkulacije ozračja

V meteorologiji za predstavitev geofizikalnih količin na Zemlji najpogosteje uporabljamo sferične harmonike, ki so kot lastne rešitve barotropne enačbe vrtinčnosti z Laplacovim operatorjem na sferi uporabni za dekompozicijo globalne cirkulacije. Prav tako so sferični harmoniki uporabni kot bazne funkcije za numerično diskretizacijo dinamičnih členov globalnih prognostičnih enačb za numerično napovedovanje vremena, ker omogočajo eksaktno analitično reprezentacijo odvodov. Predmet preučevanja je predstaviti polja ne le horizontalnih komponent hitrosti, temveč tudi z njimi povezanih masnih spremenljivk kot funkcij geografske širine, dolžine in višine. Na ta način bi

Zemljo lahko predstavili kot vibrirajoč sistem z več načini osciliranja, podobno kot glasbeni inštrument. Načine, ki jih dobimo kot lastne rešitve lineariziranih osnovnih enačb, imenujemo *osnovni oz. normalni načini* [2]. V tem seminarju je predstavljen razvoj po normalnih načinih, ki ga naredimo z računalniškim orodjem MODES. Teoretične temelje razvoja po normalnih načinih sta postavila Kasahara in Puri (1981), ki sta izpeljala vrsto tridimezionalnih ortogonalnih funkcij normalnih načinov *normal-mode functions NMF* in jih uporabila na podatkih centra NCEP (national Centre for Atmospheric prediction). Razvoj v ortogonalno bazo sta izpeljala za vertikalno koordinato σ, ki je naravno primerna za opis podatkov na Zemlji, saj zaradi odvisnosti od p_s sledi površju. Omenjeni razvoj funkcij NMF so nato v praksi uporabili šele leta 2009 Žagar in sod. (2009a) za primerjavo energije IG oscilacij v analizah (začetnih pgpojih za napoved) različnih centrov za numerično napovedovanje vremena (*numerical weather prediction oz. NWP)* [2].
Globalne horizontalne strukture normalnih načinov imenujemo Houghove funkcije in so priročne za analizo atmosferske variabilnosti (Madden, 2007 in reference iz članka). Nekatere od najpomembnejših lastnosti tropske cirkulacije atmosfere in oceana na velikih skalah so bile opisane ravno s pomočjo normalnih načinov na ekvatorialni β ravnini, Gill in sod. (1980). Pri tem so ekvatorialni Kelvinov val, mešani Rossbyjevi-gravitacijski, ekvatorialno ujeti IG in Rossbyjevi valovi, za katere so značilne majhne fazne hitrosti, povezani z normalnimi načini tropske variabilnosti, ki vsebujejo največ energije [2].
V nasprotju s časovno-prostorskim filtriranjem predstavitev globalne evolucije ozračja s pomočjo normalnih načinov omogoča, da polje vetra in temperature predstavimo sočasno v okviru *uravnoteženega ali kvazi-rotacijskega* in *neuravnoteženega (na vzhod propagirajočega IG - EIG in na zahod propagirajočega IG - WIG)* gibanja različnih vertikalnih in horizontalnih skal. Razcep nelinearnega atmosferskega toka na visokofrekvenčna IG in nizkofrekvenčna uravnotežena gibanja je možen pri predpostavki, da so odmiki polj od ravnovesnega stanja atmosfere majhni. Osnovne dinamične enačbe atmosferskega toka je zato možno linearizirati. Poleg tega je vertikalni del rešitev analitično možen le v primerih izotermne atmosfere ali konstantne stabilnosti po celotnem vertikalnem stolpcu, medtem ko je v primeru realističnega profila temperature in stabilnosti možna le numerična rešitev. Zaradi 3D ortogonalnosti normalnih načinov sta Kasahara in Puri (1981) lahko ocenila prispevek IG načinov k skupni energiji valovanj (t.j. za valovanja z zonalnim valovnim številom $k > 0$). Ugotovila sta, da je odstotek totalne valovne energije, ki je povezan z IG načini, majhen - tudi zaradi nizke resolucije modelov. Vzrok za to je bil, da sta analizirala polja s slabo horizontalno ločljivostjo. Kasneje so Žagar in sod. (2009) v povezavi s konvekcijo in divergentno cirkulacijo ugotovili, da je delež energije IG približno 10 % celotne energije valovanja [2].

2.1 Model atmosfere

Osnovni model hidrostatične, adiabatne, neviskozne (brez trenja) atmosfere predstavljajo enačbe horizontalnega gibanja, termodinamska enačba, enačba za tendenco zračnega tlaka pri tleh, enačba ohranitve mase in enačba hidrostatičnega ravnovesja v sferčnih koordinatah. Omenjenih 6 enačb lahko bralec najde v [3], zaradi jedrnatosti jih tu ne bomo navajali. Te enačbe opisujejo časovni razvoj u, v, T in p_s kot funkcij λ,ϕ in vertikalne koordinate σ, iz kontinuitetne enačbe pa ob vsakem času lahko diagnosticiramo vertikalna gibanja. Pri tem je vertikalna koordinata σ definirana kot $\sigma = \frac{p}{p_s}$, kjer sta p in p_s zračni tlak in zračni tlak pri tleh.
Kasahara in Puri (1981) v [3] vpeljeta novo spremenljivko za geopotencial, s katero upoštevamo variiranje zračnega tlaka pri tleh p_s, in sicer $P = \Phi + RT_0 \ln(p_s)$, kjer je $\Phi = gz$, z predstavlja višino glede na hidrostatični tlak in g gravitacijski pospešek Zemlje. Poleg tega $T_0(\sigma)$ predstavlja globalno povprečeno temperaturo na danem nivoju σ in R plinsko konstanto zraka. Vpeljemo tudi modificirano geopotencialno višino $h' = P/g$. Osnovni sistem enačb preuredimo po vzoru iz [3]

in lineariziramo za majhne odmike omenjenih prognostičnih spremenljivk u, v, T, p_s od mirujočega stanja ter tako dobimo sistem lineariziranih enačb za opis oscilacij (u', v', h'), superponiranih na ravnovesno stanje ozadja s temperaturo T_0 kot funkcijo σ, predstavljen z enačbami

$$\frac{\partial u'}{\partial t} - 2\Omega v' \sin\varphi = -\frac{g}{a\cos\varphi}\frac{\partial h'}{\partial \lambda}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} - 2\Omega u' \sin\varphi = -\frac{g}{a}\frac{\partial h'}{\partial \varphi}, \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\frac{g\sigma}{R\Gamma_0}\frac{\partial h'}{\partial \sigma}\right)\right] - \nabla \cdot \mathbf{V}' = 0, \tag{3}$$

a in Ω pa predstavljata radij Zemlje in hitrost vrtenja Zemlje. Enačbo (3) lahko izpeljemo iz kontinuitetne enačbe in prvega zakona termodinamike preko uvedbe nove spremenljivke in izbire primernih robnih pogojev. Podrobno izpeljavo lahko najdemo v [3].
Robni pogoji za sistem enačb (1)-(3) so

$$g\frac{\partial h'}{\partial \sigma} = \text{končno} \quad \text{na} \quad \sigma = 0, \tag{4}$$

$$g\frac{\partial h'}{\partial \sigma} + \frac{g\Gamma_0}{T_0}h' = 0 \quad \text{na} \quad \sigma = 1. \tag{5}$$

Parameter statične stabilnosti Γ_0 je definiran kot

$$\Gamma_0 = \frac{\kappa T_0}{\sigma} - \frac{\mathrm{d}T_0}{\mathrm{d}\sigma} \tag{6}$$

in je funkcija globalno povprečene temperature na σ nivojih T_0, njenega vertikalnega gradienta in σ [2].
Lineariziran trodimenzionalni model, ki ga opišemo z enačbami (3)-(5), lahko rešujemo z metodo ločevanja spremenljivk, in sicer lahko vektor spremenljivk $[u', v', h']^T$ kot funkcij $(\lambda, \varphi, \sigma)$ in časa t predstavimo kot produkt dvodimenzionalnih gibanj in funkcij vertikalne strukture $G(\sigma)$

$$[u', v', h']^T(\lambda, \varphi, \sigma, t) = [u, v, h]^T(\lambda, \varphi, t) \times G(\sigma). \tag{7}$$

Dva sistema enačb, ki opisujeta tridimenizonalno gibanje, sta povezana z določenimi vrednostmi *separacijskega parametra* D, ki ga po Taylorju (1936) imenujemo ekvivalentna višina. Izkaže se, da je sistem dvodimenzionalnih funkcij po obliki identičen enačbam plitve vode pri globini vode enaki ekvivalentni višini D. Ta sistem tako imenujemo tudi Laplaceve plimske enačbe brez siljenja [2].

2.2 Enačbe vertikalne strukture

Najprej bodo obravnavane funkcije vertikalne strukture $G(\sigma)$, ki jih opisujejo enačbe vertikalne strukture, v nadaljevanju označene z VSE (*vertical structure equations*). Rešitve enačb VSE so bile v fiziki najprej raziskane pri analizi atmosferskega plimovanja za različna osnovna stanja. Funkcija vertikalne strukture $G(\sigma)$ je rešitev VSE, v brezdimenzijski obliki zapisana kot

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\sigma}\left(\frac{\sigma}{S}\frac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}\sigma}\right) + \frac{H_*}{D}G = 0, \tag{8}$$

kjer je $S(\sigma) = R\Gamma_0/(gH_*)$. H_* predstavlja konstanto višine, in sicer $H_* = 8$ km, R in g pa sta plinska konstanta in gravitacijska konstanta. Za stabilno stratifikacijo predpostavimo $S > 0$,

ekvivalentna višina je označena z D.
Rešitve VSE lahko zapišemo pri upoštevanju robnih pogojev, da masnega transporta skozi površje Zemlje in vrh modela atmosfere ni. To z enačbami zapišemo kot

$$\frac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}\sigma} + \frac{\Gamma_0}{T_0} G = 0 \quad \text{za} \quad \sigma = 1, \tag{9}$$

t.j. pri tleh in

$$\sigma \frac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}\sigma} = 0 \quad \text{za} \quad \sigma = \sigma_{vrh}, \tag{10}$$

torej na vrhu modela. Skupaj z omenjenima homogenima robnima pogojema VSE (10) predstavlja Stourm-Liouvillov problem, katerega lastnosti so v fiziki dobro znane. In sicer, rešitve (10) obstajajo le za vrsto pozitivnih vrednosti ekvivalentne višine D kot lastnih vrednosti, pripadajoče rešitve, ki jim pravijo lastne funkcije, pa so ortogonalne.

2.3 Enačbe horizontalne strukture

Po tem ko 3D model razcepimo na produkt 2D sistema in VSE, kot je zapisano v enačbi (9), imamo m sistemov enačb horizontalne strukure (HSE) ki pripadajo m ekvivalentnim višinam D_m, ki so lastne vrednosti VSE (10). Sistem HSE je identičen lineariziranemu sistemu enačb plitve vode z globino D_m. Za zapis enačb HSE najprej brezdimenzioniramo spremenljivke (u, v, h) in čas t po

$$\tilde{u} = \frac{u}{gD_m}, \quad \tilde{v} = \frac{v}{gD_m}, \quad \tilde{h} = \frac{h}{D_m}, \quad \tilde{t} = 2\Omega t. \tag{11}$$

Enačbe HSE zapišemo kot

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{W} + \mathbf{L}\mathbf{W} = 0, \tag{12}$$

kjer $\mathbf{W}$ predstavlja vektor spremenljivk $\mathbf{W} = (\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{h})^T$ in $\mathbf{L}$ linearni diferencialni matrični operator

$$\mathbf{L} = \begin{vmatrix} 0 & -\sin(\varphi) & \frac{\gamma}{\cos(\varphi)}\frac{\partial}{\partial\lambda} \\ \sin(\varphi) & 0 & \gamma\frac{\partial}{\partial\varphi} \\ \frac{\gamma}{\cos(\varphi)}\frac{\partial}{\partial\lambda} & \frac{\gamma}{\cos(\varphi)}\frac{\partial}{\partial\varphi}(\cos(\varphi)()) & 0 \end{vmatrix} \tag{13}$$

kjer je γ brezdimenzijski parameter, definiran kot razmerje fazne hitrosti težnostnega vala v plitvi vodi in dvakratnika hitrosti vrtenja Zemlje

$$\gamma = \frac{\sqrt{gD_m}}{2s\Omega}. \tag{14}$$

Rešitev diferencialne enačbe s časovno odvisnostjo za $\mathbf{W}$ lahko izrazimo z nastavkom

$$\mathbf{W}(\lambda, \varphi, \tilde{t}) = \mathbf{H}_n^k(\lambda, \varphi)e^{-i\nu_n^k\tilde{t}}, \tag{15}$$

kjer $\mathbf{H}_n^k(\lambda, \varphi)$ predstavljajo funkcije horizontalne strukture z zonalnim valovnim številom k in meridionalnim indeksom n. Pripadajoča brezdimenzijska frekvenca ν_n^k je prav tako odvisna od k in n. S pomočjo ločevanja spremenljivk in periodičnih robnih pogojev v longitudinalni smeri dobimo rešitev $\mathbf{H}_n^k$ za diskretne vrednosti k v obliki

$$\mathbf{H}_n^k(\lambda, \varphi) = \mathbf{\Theta}_n^k(\varphi)e^{ik\lambda} = \begin{vmatrix} U_n^k(\varphi) \\ -iV_n^k(\varphi) \\ Z_n^k(\varphi) \end{vmatrix}, \tag{16}$$

kjer je meridionalna odvisnost opisana z vektorsko funkcijo $\mathbf{\Theta}_n^k(\varphi)$. Ta ima tri komponente - zonalno hitrost U, meridionalno hitrost V in geopotencialno višino Z, vse imajo zonalno valovno število k in meridionalni indeks n.

2.4 Razvoj podatkov po normalnih načinih ozračja

Najprej iz danih podatkov zonalne in meridionalne hitrosti vetra (u, v) ter modificirane geopotencialne višine $h = P/g$, definiranih na horizontalni pravilni Gaussovi mreži (komentar v nogi: kaj je to Gaussova mreža) in vertikalnih nivojih σ s časovnim korakom t, naredimo vektor vhodnih podatkov $\mathbf{X}$ oblike $\mathbf{X}(\lambda, \varphi, \sigma) = (u, v, h)^T$.
Za posamezno točko $(\lambda, \varphi, \sigma)$ je razvoj oblike

$$\begin{vmatrix} u(\lambda, \varphi, \sigma_j) \\ v(\lambda, \varphi, \sigma_j) \\ h(\lambda, \varphi, \sigma_j) \end{vmatrix} = \sum_{m=1}^{M} S_m \mathbf{X}_m(\lambda, \varphi) G_m(j), \tag{17}$$

kjer je S_m diagonalna matrika $S_m = \mathrm{diag}(\sqrt{gD_m}, \sqrt{gD_m}, D_m)$. Indeks m tu označuje vertikalni način in ima razpon od barotropnega (zunanjega) vertikalnega načina $m = 1$ vse do celotnega števila vertikalnih načinov M. Brezdimenzijski vektor horizontalnih koeficientov $\mathbf{X}_m(\lambda, \varphi)$ za dan vertikalni način m lahko projiciramo na Houghove harmonike $\mathbf{H}_n^k$, in sicer

$$\mathbf{X}_m(\lambda, \varphi) = \sum_{n=1}^{R} \sum_{k=-K}^{K} \chi_n^k(m) \mathbf{H}_n^k(\lambda, \varphi; m), \tag{18}$$

kjer je maksimalno število zonalnih valov enako K, upoštevajoč $k = 0$ za povprečno zonalno stanje. Za vsak vertikalni način m so Houghovi harmoniki karakterizirani z meridionalnim načinom n in zonalnim valovnim številom k. Indeks k za meridionalni način vključuje vse meridionalne načine, in sicer N_R rotacijskih (ROT), N_E na vzhod propagirajočih EIG in N_W na zahod propagirajočih WIG načinov. Velja torej $R = N_R + N_E + N_W$. Houghovi harmoniki so ortogonalni.
Skalarni kompleksni koeficient $\chi_n^k(m)$ lahko dobimo iz enačbe (18) tako, da (18) pomnožimo s kompleksno konjugiranko $\mathbf{H}_n^k$ in integriramo enačbo po λ od 0 do 2π in po φ od $-\pi/2$ do $\pi/2$ ter zopet uporabimo pogoj o ortogonalnosti. Vpeljemo $\mu = \sin(\varphi)$ in rezultat je

$$\chi_n^k(m) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{1} \mathbf{X}_m(\lambda, \varphi) \cdot \left[H_n^k\right]^* \mathrm{d}\mu \mathrm{d}\lambda \tag{19}$$

in enačbi (18) ter (19) tvorita par horizontalnih transformirank.

2.5 Enačba energije

Ena od prednosti razvoja gibanja v atmosferi na NMF je, da lahko globalno totalno energijo izračunamo s pomočjo posebnega skalarnega produkta, ki ga imenujemo *energijski produkt*. Izračunamo ga iz kompleksnih koeficientov iz (19). Enačbo ohranitve energije lahko v prostoru NMF zapišemo zapišemo kot

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{1} (K_m + P_m) \mathrm{d}\mu \mathrm{d}\lambda = 0, \tag{20}$$

kjer sta specifična kinetična in specifična potecialna energija m-tega načina definirani kot

$$K_m = \frac{1}{2}(u_m^2 + v_m^2), \quad P_m = \frac{1}{2} \frac{g}{D_m} h_m^2. \tag{21}$$

Potencialna energija P_m je bolj natančno definirana kot približek dostopne potencialne energije, ki je na voljo za pretvorbo v kinetično energijo. Žagar in sod. (2015) energijski produkt totalne energije I izpeljejo kot vsoto skalarnega I_m v odvisnosti od vertikalnega načina, in sicer

$$I = \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{M} gD_m \sum_{n=1}^{R}\sum_{k=-K}^{K}\left(\mathrm{Re}\left[\chi_n^k\right]^2 + \mathrm{Im}\left[\chi_n^k\right]^2\right). \tag{22}$$

Globalno energijo k-tega zonalnega valovnega števila lahko izrazimo kot

$$I_k = \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{M} gD_m \sum_{n=1}^{R} \chi_n^k(m)\left[\chi_n^k(m)\right]^* \tag{23}$$

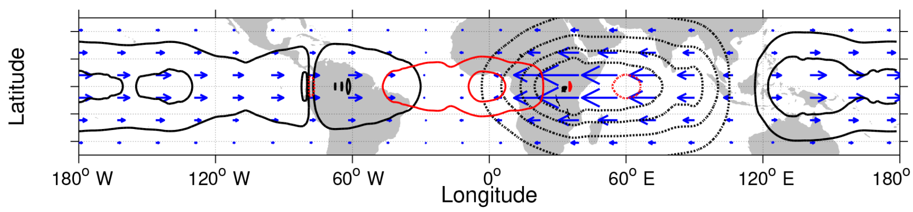
in globalno energijo v n-tem meridionalnem načinu kot $I_n = \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{M} gD_m \sum_{k=-K}^{K} \chi_n^k(m)\left[\chi_n^k(m)\right]^*$.

3 Analiza Kelvinovega vala s pomočjo NMF

Kelvinov val (KV) je najpočasnejša lastna rešitev lineariziranih enačb plitve vode s smerjo fazne hitrosti proti vzhodu in meridionalno odvisnostjo

$$u = u_0 e^{-\beta y^2/2c}, \tag{24}$$

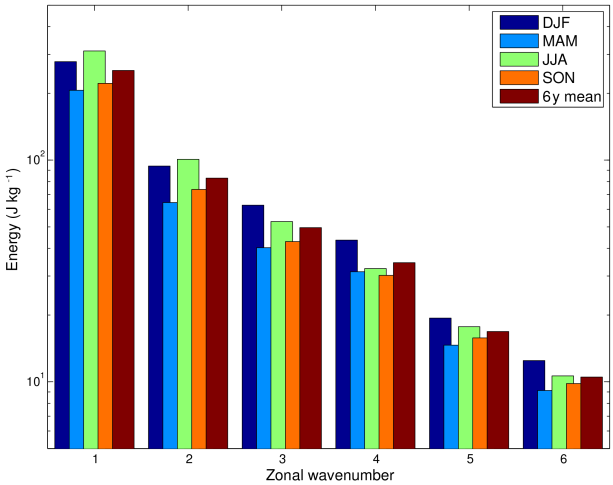
u_0 je perturbacija zonalne hitrosti na ekvatorju, c je fazna hitrost valov z disperzijsko relacijo navadnih gravitacijkih valov plitve vode $c = \sqrt{gh}$. KV je EIG način z $n = 0$, tako pa lahko veter in geopotencial predstavimo s koeficienti $\chi_{kw} = \chi_0^k(m)$. Kelvinove valove v realnem prostoru filtriramo tako, da v razvoju (17) postavimo vse koeficiente na 0, razen tistih, ki predstavljajo KV. Rezultat takšnega filtriranja so zonalna in meridionalna hitrost vetra za KV u_{kw}, v_{kw} ter perturbacije geopotencialne višine h_{kw} [1].
Vetrovno polje KV je zonalno, na sliki 1 je tako prikazana horizontalna struktura KV na nivoju 150 hPa dne 25. 7. 2010, in sicer je to superpozicija 60-ih vertikalnih načinov, torej 60-ih modelov plitve vode z ekvivalentnimi globinami od približno 10 km do nekaj metrov. Kot pričakovano je največja aktivnost KV na nivjou 150 hPa prisotna v zonalni komponenti vetra nad Indijskim oceanom, geopotencialna dipolna struktura pa je centrirana nad območjem močne konvekcije nad JV Azije [1].



Slika 1: Horizontalna struktura Kelvinovega vala v ECMWF analizi dne 25. 7. 2010 na 150 hPa. Perturbacije geopotencialne višine h_{KW} so prikazane s črnimi krivuljami na vsakih 20 m, preturbacije temperature pa so obravane z rdečo, (na 1 K). Črtkane krivulje prikazujejo negaitvne, polne črte pa pozitivne perturbacije. Povzeto po [1].

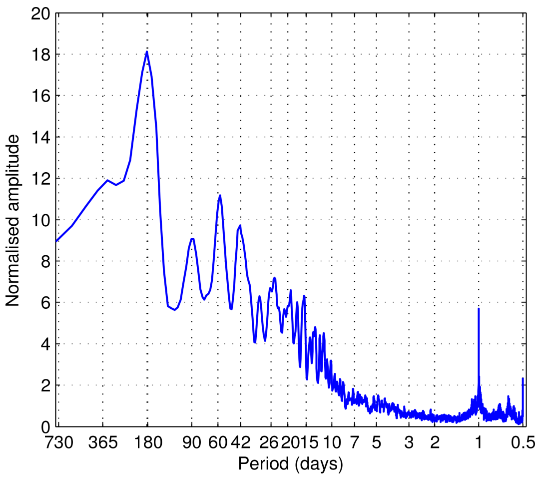
3.1 Energetika Kelvinovega vala

Najprej bomo preučili porazdelitev totalne energije Kelvinovega vala po valovnem številu v različnih delih leta, kot je podano z enačbo (23), nato pa se bomo osredotočili še na sezonske spremembe. Na sliki 2 je prikazan spekter energije KV v odvisnosti od zonalnega valovnega števila po tem, ko seštejemo po vseh vertikalnih načinih, za obdobje 2007-2013. Prikazane so odvisnosti za vse štiri skupine mesecev, poleg tega pa tudi odvisnost letnega povprečja. V splošnem energija pada z naraščajočim zonalnim valovnim številom, kot je značilno za energijski spekter atmosfere. Največji delež totalne energije KV vsebuje zonalno valovno število $k = 1$, in sicer glede na vsa štiri obdobja leta. V primeru zonalnih valovnih števil $k = 1$ in $k = 2$ ima največji delež energije obdobje JJA, pri $k > 2$ pa je največ energije pripisane DJF. S slike 2 lahko tudi vidimo, da so največje sezonske variacije v energiji KV prisotne pri največjih zonalnih skalah. Naklon spektra je med $-5/3$ in -1 na planetarnih skalah (slednje ni prikazano na sliki), kar ustreza ugotovitvam iz [2]. Spekter obdobja JJA (Junij, Julij, Avgust) ima v povprečju najbolj strm naklon v primerjavi z drugimi letnimi časi, še posebej glede na obdobje DJF (December, Januar, Februar). Porazdelitev energije na planetarnih skalah je v glavnem povezana s tropsko cirkulacijo velikih skal, ki je direktna posledica tropske konvekcije. Zaradi slednjega ima zonalna porazdelitev tropske konvekcije verjetno izredno pomembno vlogo v razlagi sezonskih sprememb med DJF in JJA [1].



Slika 2: Prikaz odvisnosti energije Kelvinovega vala [J/kg] od zonalnega valovnega števila k za $k = 1$ do 6. Za vsak k so prikazana sezonska povprečja, skupaj s celotnim povprečjem, kot opisuje legenda. Povzeto po [1].

3.2 Časovna variabilnost Kelvinovega vala



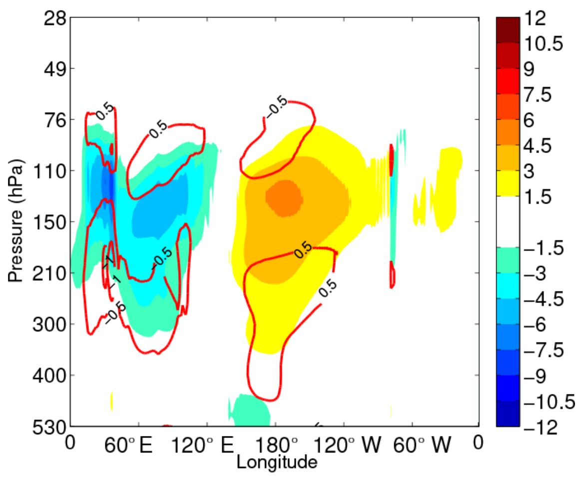
Slika 3: Frekvenčni spekter Kelvinovega vala za zonalno valovno število $k = 1$, zglajen z Daniellovim jedrom. Povzeto po [1].

Po vzoru iz [1] preučimo časovno variabilnost Kevinovega vala s pomočjo frekvenčnega spektra za $k = 1$, prikazanega na sliki 3. Spekter je rezultat Fourierove transformacije podatkov $I_{k=1}(t)$ za leta $t \in [2007, 2013]$, poleg tega pa je spekter zglajen s pomočjo Gaussovega drsečega povprečja z Daniellovim jedrom. Kot vidimo, spekter vsebuje vrh pri periodi 1 dan, ki je povezan z dnevnim ciklom in plimo. Sledi postopno višanje energije proti 16-dnevni periodi, izstopa pa več posameznih period. Za periode, večje od 20 dni, lahko opazimo posamezne vrhove pri 25, 43 in 59 dneh. Daleč največ energije KV najdemo v polletnem ciklu. Na podlagi slike 3 lahko tako ločimo tri dominantna območja valovnih period KV, in sicer polletni cikel s periodo 180 dni, medsezonsko obdobje period med 20 in 90 dni ter znotrajmesečne periode med 3 in 20 dnevi. V nadaljevanju bomo preučili Kelvinov val z vidika polletne in sezonske variabilnosti, na znotrajmesečno varibilnost pa se ne bomo osredotočali. Ponovno kot prej lahko za ta namen komponenti u_{kw} in T_{kw} transformiramo v Fourierov prostor, v katerem spektralne koeficiente χ_{kw}, ki so zunaj izbranega območja frekvenc, postavimo na ničelne vrednosti.

Pri časovni variabilnosti KV gre seveda upoštevati tudi variabilnost od leta do leta, ki jo je možno pojasniti z različnimi prepletajočimi se dejavniki. V splošnem lahko močnejšo aktivnost KV pričakujemo ob prisotnosti močnih vzhodnih vetrov, do tega pa pride v plasti tropske tropopazve zaradi raztekanja zraka kot posledice konvektivne aktivnosti, predvsem v DJF in JJA [6]. Aktivnost KV je poleg tega večja tudi kadar so prisotni vzhodni vetrovi kvazi-bienalne oscilacije v spodnji stratosferi [5] ter ob sočasnem pojavu El Niña [7].

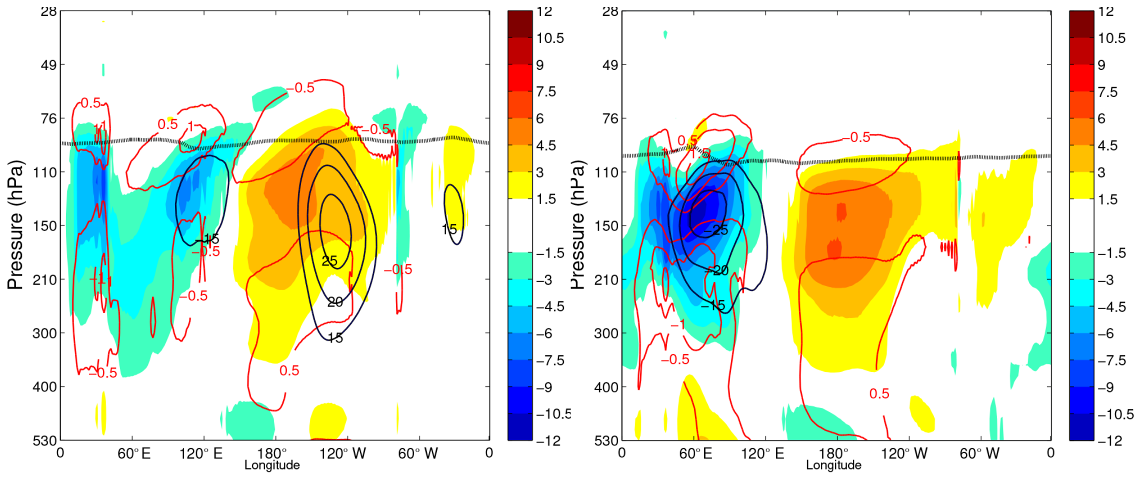
3.2.1 Nizkofrekvenčna variabilnost Kelvinovega vala

Analiza nizkofrekvenčne variabilnosti Kelvinovega vala pokaže dipolni vzorec v plasti tropske tropopavze z zahodnimi vetrovi vzhodno od maksimuma tropske konvekcije na 120-150° E in vzhodnimi vetrovi zahodno od maksimuma tropske konvekcije, letno povprečena struktura pa je prikazana na sliki 4. Rezultat se sklada s klasično rešitvijo za Kelvinov val, kot jo je opisal Gill, t.j. prisotni so zahodni vetrovi v višji troposferi, in sicer vzhodno od konvektivnih virov velikih skal, maksimum konvektivne aktivnosti oz. latentnega segrevanja pri kondenzaciji pa je nad Indonezijo [1]. Najmočnejši zonalni vetrovi se nahajajo na približno 150 hPa, z najmočnejšimi vzhodniki nad Indijskim oceanom in najmočnejšimi vzhodniki nad Zahodnim pacifikom. Sezonsko gledano, brez letnega povprečenja, je to najbolj značilno za mesece JJA, kjer so prisotne največje amplitude v velikosti zonalnega vetra (slika 5 (a)). V zimski polovici leta za severno poloblo (DJF) se dipolni vzorec pomakne vzhodno in višje v atmosfero (iz 150 hPa na okoli 120 hPa) ter ima vertikalno gledano bolj nagnjeno strukturo. Vzhodni (zahodni) vetrovi imajo maksimume vzhodno od JV Azije (centralnega Pacifika). Amplitude zonalne hitrosti KV so tako največje v obdobjih DJF in JJA. Kot so ugotovili Blaauw in Žagar (2018), nad Indijskim Oceanom v mesecih JJA skoraj polovico hitrosti zonalnega vetra razložimo s KV. Prav tako so ugotovili, da je zonalna modulacija KV, to so spremembe v horizontalni lokaciji najmočnejših vzhodnikov/zahodnikov, tekom leta sklopljena s sezonskim pomikanjem konvekcije v plasti tropske tropopavze in je najmočnejša v obdobju poletnega monsuna. Tedaj močni vzhodniki na 150 hPa povzročijo največje zonalne vetrove KV in temperaturne anomalije, kar povzroči deformacijo tropske tropopavze nad Indijskim oceanom in je lepo prikazano na sliki 5 (c). Višina tropopavze je na grafih slike 5 označena s polno črno črto. Sezonsko pomikanje dipolne strukture KV po vertikali že dlje časa povezujejo s sezonskim premikanjem višine tropske tropopavze [8], tudi v [1] pa je obravnava pokazala, da asimetrija višine tropske tropopavze nad Indijskim oceanom okoli 60° E na sliki 5, še posebej v mesecih JJA, sovpada z višjimi temperaturami (rdeče krivulje) ob dipolni strukturi KV. Ocenjen prispevek KV k deformaciji plasti tropske tropopavze je približno 60% v mesecih JJA in 80% v mesecih DJF [1].



(a) > 90 days

Slika 4: Prečni prerez zonalnega vetra KV vzdolž 0,7°N, povprečen čez obdobje 2007-13, za nizkofrekvenčno variabilnost. Z modrimi in rdečimi odtenki je prikazana velikost zonalnega vetra z razmikom 1,5 m/s, z rdečimi krivuljami pa je prikazana temperatura vsakih 0,5 K. Povzeto po [1].



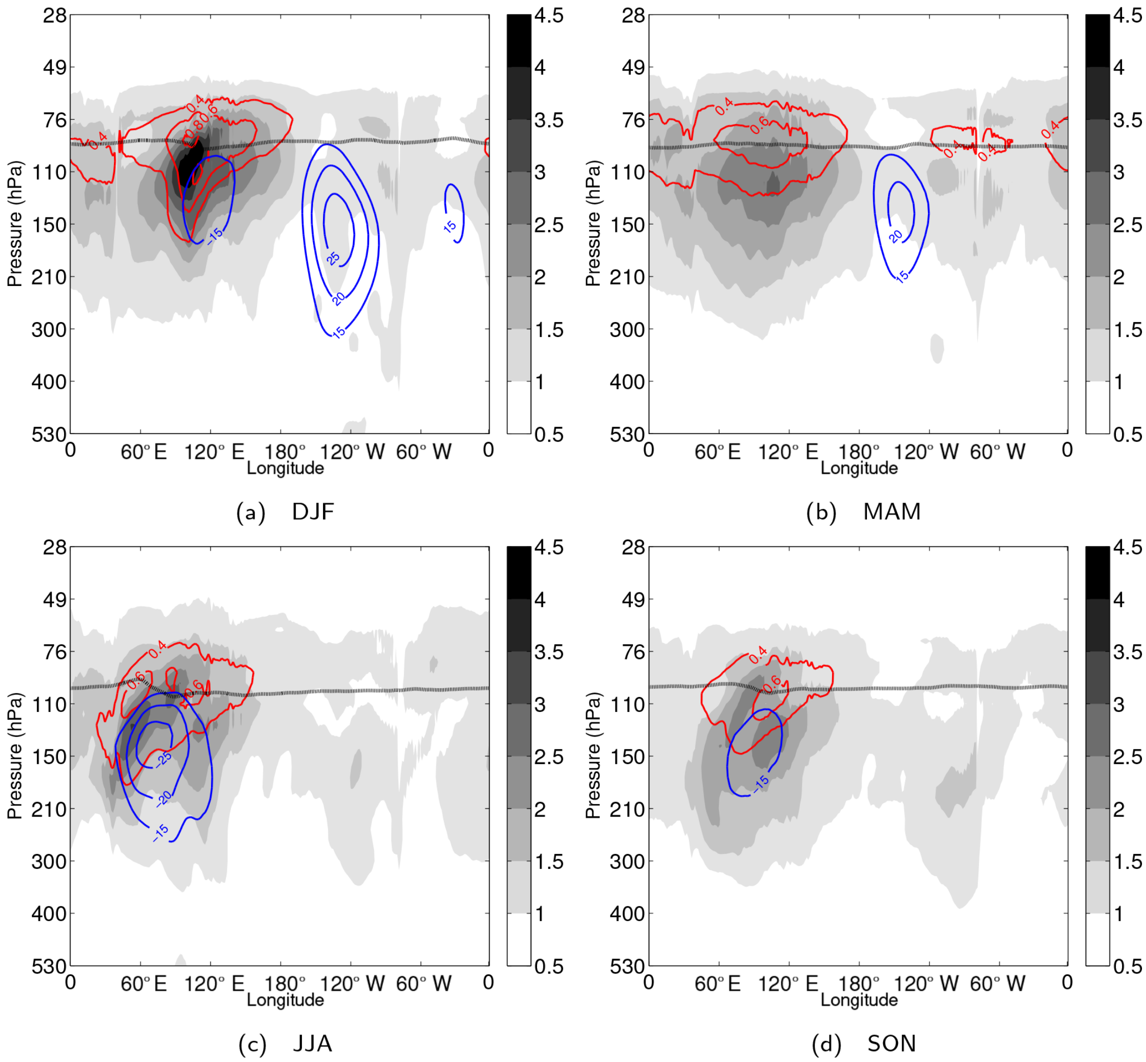
(a) DJF (c) JJA

Slika 5: Sezonsko povprečeni prečni prerezi vzdolž 0,7° N za zonalni veter KV (črni in beli odtenki po korakih 0,5 m/s) in za temperaturo (rdeče krivulje po korakih 0,2 K). Obdobji mesecev sta (a) DJF in (c) JJA. Zonalni veter ozadja je prikazan z modrimi odtenki, višina tropske tropopavze pa s črtkano črto. Krivulja statične stabilnosti z vrednostjo $5{\cdot}10^{-4}s^{-2}$ je prikazana s polno črno črto in predstavlja višino tropske tropopavze. Povzeto po [1].

3.2.2 Sezonska variabilnost Kelvinovega vala

Nazadnje obravnavamo še sezonsko aktivnost s periodami 20-90 dni, in sicer je najmočnejša v mesecih DJF (slika 6), z maksimumom zonalnega vetra do 5 m/s na 100° E na približno 110 hPa in sekundarnim maksimumom na 90 hPa. V mesecih MAM je polje aktivnosti KV šibkejše, vendar zavzema večje območje na vzhodni polobli in v plasti tropske tropopavze. Maksimalna aktivnost zonalnega vetra se nahaja na 120 hPa. V mesecih JJA in SON se aktivnost KV pomakne nižje in bolj na zahod, v obeh primerih pa ima zonalni veter dva maksimuma. Z naraščajočo višino se maksimum zonalnega vetra pomika proti vzhodu (med 170 in 100 hPa) [1]. Povsod v letu, razen v mesecih MAM, ko vzhodnih vetrov skorajda ni, je prisotna na vzhod nagnjena struktura KV, kot posledica sklopljenosti KV z vzhodniki.

Kot pri sliki 5, kjer sta prikazana sezonska (meseci DJF in JJA) prečna prereza nizkofrekvenčne komponente KV, je na sliki 6 s sezonskimi prečnimi prerezi višjefrekvenčnih komponent KV (periode 20-90 dni) zopet vidna deformacija tropske tropopavze, še posebej pri mesecih JJA. Deformacija višine tropske tropopavze je v mesecih JJA najbolj pozitivna, kar se sklada s pozitivno perturbacijo temperature v plasti zraka pod njo v tistem času leta.



Slika 6: Sezonsko povprečeni prečni prerezi vzdolž 0,7° N za znotrajsezonski zonalni veter (črni in beli odtenki po korakih 0,5 m/s) in za temperaturo (rdeče krivulje po korakih 0,2 K). Obdobja mesecev so prikazana po vrsti kot (a) DJF, (b) MAM, (c) JJA in (d) SON. Zonalni veter ozadja je prikazan z modrimi odtenki, višina tropske tropopavze pa s črtkano črto. Povzeto po [1].

4 Zaključek

V seminarju smo obravnavali variabilnost Kelvinovega vala s pomočjo razcepa globalne cirkulacije ozračja na njene lastne (normalne) načine (NMF). Kelvinov val je najpočasnejša lastna rešitev lineariziranih enačb plitve vode s smerjo fazne hitrosti proti vzhodu, zonalno valovno število, ki vsebuje največji delež totalne energije Kelvinovega vala v kateremkoli času leta, pa je $k = 1$. S pomočjo frekvenčnega spektra prepoznamo tri območja najbolj značilnih period Kelvinovega vala, in sicer periode večje od 90 dni oz. polletna variabilnost, periode med 20 in 90 dni oz. sezonska variabilnost in periode do 20 dni oz. znotrajmesečna variabilnost. Slednje nismo podrobno obravnavali. Ugotovili smo, da se dipolni vzorec nizkofrekvenčne variabilnosti KV jeseni (na severni polobli) pomika proti vzhodu in višje na 120 hPa, ta zonalna modulacija pa je skopljena s sezonskim pomikanjem centrov tropske konvekcije v plasti tropske tropopavze. Sezonska aktivnost Kelvinovega

vala je najmočnejša v mesecih DJF, tako zonalni veter kot temperatura pa imata profil nagnjenosti z višino na vzhod.
Zaključimo lahko, da ima zonalni veter ozadja v plasti tropske tropopavze skupaj s konvekcijo prevladujočo vlogo pri zonalni modulacijo Kelvinovega vala, medtem ko imata tropska tropopavza in njeno sezonsko premikanje po vertikali vpliv na vertikalno modulacijo aktivnosti Kelvinovega vala.

Literatura

[1] Blaauw, M., Žagar, N., *Multivariate analysis of Kelvin wave seasonal variability in ECMWF L91 analyses*, Atmos. Chem. Phys., **18:** 8313-8330, (2018), Dostopno na: `https://www.atmos-chem-phys.net/18/8313/2018/`.

[2] Žagar, N., Kasahara, A., Terasaki, K., Tribbia, J., Tanaka, H., *Normal-mode function representation of global 3-D data sets: open-access software for the atmospheric research community*, Geosci. Model Dev., **8:** 1169-1195, (2015), Dostopno na: `https://www.geosci-model-dev.net/8/1169/2015/gmd-8-1169-2015.pdf`.

[3] Kasahara, A., Puri, K., *Spectral Representation of Three-Dimensional Global Data by Expansion in Normal Mode Functions*, Mon. Wea. Rev., **109:** 37–51, (1981).

[4] Hough, S. S., *On the application of harmonic analysis to the dynamical theory of the tides – Part II, On the general integration of Laplace's dynamical equations*, Philos. Tr. T. Soc. S-A, **191:** 139-185, (1898).

[5] Baldwin, M. P., Gray, L. J., Dunkerton, T. J., Hamilton, K., Haynes, P. H., Randel, W. J., Holton, J. R., Alexander, M. J., Hirota, I., Horinouchi, T., Jones, D. B. A., Kinnersley, J. S., Marquardt, C., Sato, K., and Takahashi, M., *The Quasi-Biennial Oscillation*, Rev. Geophys., **39:** 179–229, (2001).

[6] Garcia, R. R. and Salby, M. L., *Transient response to localized episodic heating in the Tropics. Part II: Far-field behavior*, J. Atmos. Sci., **44:** 499–530, (1987).

[7] Yang, G.-Y. and Hoskins, B. J., *ENSO impact on KelvinWaves and associated tropical convection*, J. Atmos. Sci., **70:** 3513–3532, (2013).

[8] Flannaghan, T. J. and Fueglistaler, S. *The importance of the tropical tropopause layer for equatorial Kelvin wave propagation,* J. Geophys. Res., **118:** 5160–5175, (2013).